

**Ejercicio 98 (02/2008) Dado el siguiente conjunto de cláusulas:**

$$C = \{Q(x,y), \neg P(x,y), R(a,y) \vee P(x,y), \neg R(f(x),x) \vee \neg Q(f(x),x)\}$$

1. definir una interpretación de Herbrand que sea modelo de C;
2. definir una interpretación de Herbrand que sea contramodelo de C.

Desarrollo:

$$H = \{a, f^n(a)\}$$

$$BH = \{Q(t_1, t_2), P(t_1, t_2), R(a, t_1), R(f(t_1), t_1)\} \mid \{a, t_1, t_2\} \in H$$

**Modelo**

$$IH_1 = \{Q(t_1, t_2), R(a, t_1)\}$$

$$ih_1(C) = \mathbf{V}; \text{ puesto que:}$$

$$ih_1(Q(x,y)) = \mathbf{V}; \text{ pues } ih_1(Q(t_1, t_2)) = V; \text{ y también}$$

$$ih_1(\neg P(x,y)) = \mathbf{V}; \text{ pues } ih_1(P(t_1, t_2)) = F; \text{ y también}$$

$$ih_1(R(a,y) \vee P(x,y)) = \mathbf{V}; \text{ pues } ih_1(R(a, t_1)) = V; \text{ y también}$$

$$ih_1(\neg R(f(x),x) \vee \neg Q(f(x),x)) = \mathbf{V}; \text{ pues } ih_1(R(f(t_1), t_1)) = F$$

**Contramodelo**

$$IH_2 = \{P(t_1, t_2)\}$$

$$ih_2(C) = \mathbf{F}; \text{ puesto que:}$$

$$ih_2(\neg P(x,y)) = \mathbf{F}; \text{ pues } ih_2(P(t_1, t_2)) = V;$$

**Ejercicio 117 (06/2006) Dado el siguiente conjunto de cláusulas:**

$$S = \{\neg P(b) \vee Q(y), \neg Q(x) \vee P(y), \neg R(y) \vee Q(a)\}$$

1. encontrar una interpretación Herbrand que sea modelo de S;
2. encontrar una interpretación Herbrand que no sea modelo de S.

Desarrollo:

$$H = \{a, b\}$$

$$BH = \{P(a), P(b), Q(a), Q(b), R(a), R(b)\} \mid \{a, b\} \in H$$

**Modelo**

$$IH_1 = \{P(a), P(b), Q(a), Q(b)\}$$

$$ih_1(S) = \mathbf{V}; \text{ puesto que:}$$

$$ih_1(\neg P(b) \vee Q(y)) = \mathbf{V}; \text{ pues } ih_1(Q(a)) = ih_1(Q(b)) = V; \text{ y también}$$

$$ih_1(\neg Q(x) \vee P(y)) = \mathbf{V}; \text{ pues } ih_1(P(a)) = ih_1(P(b)) = V; \text{ y también}$$

$$ih_1(\neg R(y) \vee Q(a)) = \mathbf{V}; \text{ pues } ih_1(Q(a)) = V$$

**Contramodelo**

$$IH_2 = \{P(b)\}$$

$$ih_2(S) = \mathbf{F}; \text{ puesto que:}$$

$$ih_2(\neg P(b) \vee Q(y)) = \mathbf{F}; \text{ pues } ih_2(P(b)) = V; \text{ y } ih_2(Q(a)) = ih_2(Q(b)) = F$$

**Ejercicio 120 (09/2008) Definir un conjunto insatisfacible de instancias básicas de cláusulas del siguiente conjunto, y justificar el resultado.**

$$\tau = \{A(x,y) \vee A(y,x), \neg A(y,f(x)) \vee \neg A(z,z) \vee B(x), \neg B(z)\}$$

Desarrollo:

$$H = \{a, f^n(a)\}$$

$$C_1 = A(x,y) \vee A(y,x)$$

$$C_2 = \neg A(y,f(x)) \vee \neg A(z,z) \vee B(x)$$

$$C_3 = \neg B(z)$$

$$\tau = \{C_1, C_2, C_3\}$$

$$I_1 = A(a,a) \vee A(a,a)$$

$$\{x/a, y/a\}$$

$$I_2 = \neg B(a)$$

$$\{z/a\}$$

$$I_3 = \neg A(f(a),f(a)) \vee \neg A(a,a) \vee B(a)$$

$$\{x/a, y/f(a), z/a\}$$

$$I_4 = A(f(a),f(a)) \vee A(f(a),f(a))$$

$$\{x/f(a), y/f(a)\}$$

$$I = \{I_1, I_2, I_3, I_4\} \text{ ¿es insatisfacible?}$$

$$1. A(a,a) \vee A(a,a)$$

$$2. \neg B(a)$$

$$3. \neg A(f(a),f(a)) \vee \neg A(a,a) \vee B(a)$$

$$4. A(f(a),f(a)) \vee A(f(a),f(a))$$

$$5. A(a,a) \quad (1)$$

$$6. A(f(a),f(a)) \quad (4)$$

$$7. \neg A(f(a),f(a)) \vee \neg A(a,a) \quad (2,3)$$

$$8. \neg A(f(a),f(a)) \quad (5,7)$$

$$9. \square \quad (6,8)$$

I es INSATISFACIBLE  $\rightarrow \{ \tau \}$  es INSATISFACIBLE

↑  
Teorema de Herbrand